

CONGRESO COLOMBIANO DE INVESTIGACION DE OPERACIONES (ASOCIO 2015)

Modelo de Solución Óptima al Problema de Transporte de Múltiples Productos a través de una Red de Distribución, mediante una Optimización de Programación Lineal con Excel Solver : Caso de Prueba Piloto para Empresas del Sector Industrial de Plásticos en Bogotá [Submission 9]

Ing. ANDRES G. GUARIN SALINAS
Ing. LUIS CARLOS SÁNCHEZ ACEVEDO

Grupo de Investigación CINDE

JULIO 15 DE 2015-Salón G-101

Resumen

- Un modelo de transporte convencional bajo programación lineal, es un algoritmo reconocido en los procesos logísticos de distribución de productos en casi todas las organizaciones empresariales. Sin embargo, las formas de solución están condicionadas bajo la restricción, que son aplicadas para determinar la distribución óptima de un solo tipo de producto.

La ponencia sugiere la formulación general de un modelo de transporte por programación lineal, donde se integra la solución óptima para varios tipos de productos, mediante una ilustración numérica de orden dinámico, bajo el paquete informático de modelamiento matemático Solver de Excel.

El modelo de transporte planteado, determina las cantidades óptimas de enviar un producto de unos Centros de Distribución a unos Clientes, registrando los parámetros de cantidades de envío por centro O_i , las cantidades de demanda por cliente D_j y los costos de envío por unidad de cada centro a cada cliente C_{ij} .

Igualmente, el modelo incorpora el cálculo de un número índice A_{\emptyset}^t de productividad, el cual recoge los cambios estructurales ocurridos en un periodo de tiempo a partir de datos sobre cantidades de productos junto con sus correspondientes costos.

La diferencia significativa, de un modelo para un solo tipo de un producto, con otro de múltiples productos, radica en los parámetros dados a cada producto, el modelo propuesto presenta una formulación y metodología para integrar parámetros de oferta y demanda. El modelo numérico sugerido, es para cuatro (4) productos simultáneos con diferentes características, los cuales generan un esquema de sesenta y cuatro (64) variables y una solución óptima vía Solver.

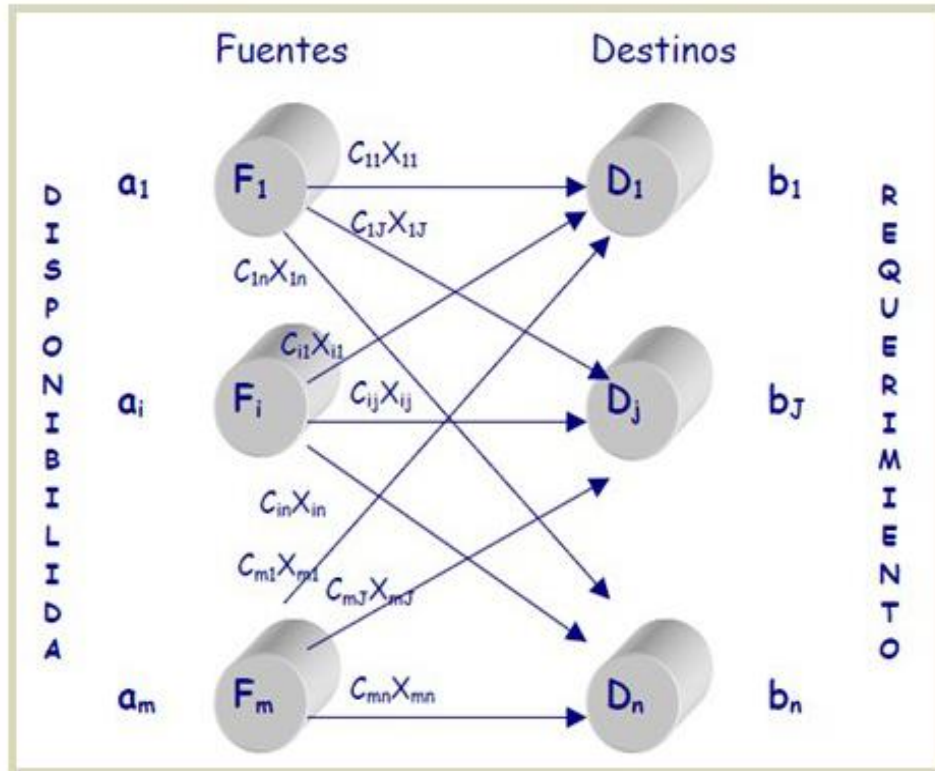
El modelo propuesto fue validado y se logró establecer su total aplicabilidad en una prueba piloto, en el sector industrial de plásticos de la ciudad de Bogotá, superando la complejidad de similares propuestas, donde se pueden generar resultados en tiempo real con altos valores agregados y dar soluciones a escenarios múltiples para cada uno de los productos por separado, parametrizando las variables y/o modificando los inputs de costos, oferta y demanda, integrando de esta forma todos los productos en una única solución cuantitativa.

El modelo numérico planteado es de una pequeña dimensión, sin embargo, con la formulación propuesta se puede aplicar a un problema con un gran número de variables, utilizando un software de mayor capacidad como el GAMS, WinQSB, Xpress, Lindo, Lingo, etc.

El Solver, puede generar el reporte de análisis de sensibilidad para el modelo del transporte para múltiples productos, con esta información se puede llegar a disminuir los costos totales con base en el precio sombra, con lo cual se puede potencializar los Centros de Distribución con las cantidades de productos apropiados.

MODELO DEL TRANSPORTE PARA UN PRODUCTO

SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN



FORMULACIÓN

Minimizar $Z = C_{1,1}X_{1,1} + \dots + C_{1,j}X_{1,j} + \dots + C_{1,n}X_{1,n} + \dots + C_{i,1}X_{i,1} + \dots + C_{i,j}X_{i,j} + \dots + C_{i,n}X_{i,n} + \dots + C_{m,1}X_{m,1} + \dots + C_{m,j}X_{m,j} + \dots + C_{m,n}X_{m,n}$

C.S.R.

$$\begin{array}{l|l|l} X_{11} + \dots + X_{1j} + \dots + X_{1n} = a_1 & X_{11} + \dots + X_{1j} + \dots + X_{mn} = b_1 & X_{ij} \geq 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{i1} + \dots + X_{ij} + \dots + X_{in} = a_i & X_{1j} + \dots + X_{ij} + \dots + X_{mj} = b_j & \forall i, \forall j \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{m1} + \dots + X_{mj} + \dots + X_{mn} = a_m & X_{m1} + \dots + X_{mj} + \dots + X_{mn} = b_n & \end{array}$$

Todo lo disponible es enviado

Todo lo enviado fue requerido

!! No se pierde nada !!

Otra manera de formularlo

Minimice $Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij}$

C.S.R. $\sum_{j=1}^n X_{ij} = a_i \quad ; \quad i = 1, \dots, m$

Todo lo disponible es enviado

$\sum_{i=1}^m X_{ij} = b_j \quad ; \quad j = 1, \dots, n$

Todo lo enviado fue requerido

$X_{ij} \geq 0 \quad ; \quad i = 1, \dots, m \quad ; \quad j = 1, \dots, n$

MODELO DEL TRANSPORTE PARA UN PRODUCTO

METODOLOGÍA

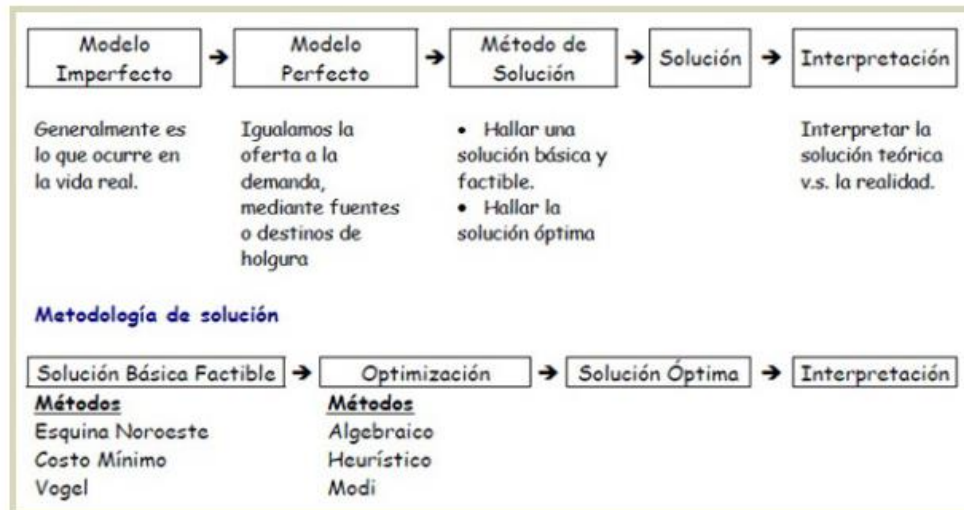
SOLUCIÓN POR PROGRAMACION LINEAL Y MATRICES

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij} = \sum_{i=1}^m a_i \Rightarrow \sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

Disponibilidad = Requerimiento
Oferta = Demanda
Mercado Perfecto

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij} = \sum_{j=1}^n b_j$$

Metodología general:



NV	B1C1	B1C2	B1C3	B1C4	B2C1	B2C2	B2C3	B2C4	B3C1	B3C2	B3C3	B3C4	B4C1	B4C2	B4C3	B4C4	Zmin		
C	5	4	3	2	3	8	7	6	0	0	0	0	9	3	2	9	290		
V	0	0	0	50	30	0	0	0	10	30	10	20	0	0	50	0			
																	LI	LD	
B1	1	1	1	1													50	=	50
B2					1	1	1	1									30	=	30
B3									1	1	1	1					70	=	70
B4													1	1	1	1	50	=	50
C1	1				1				1				1				40	=	40
C2		1				1				1				1			30	=	30
C3			1				1				1				1		60	=	60
C4				1				1				1				1	70	=	70

Producto a					Zmin	\$	310				
a	C1	C2	C3	C4							
B1	5	4	3	2	0	0	10	40	50	=	50
B2	3	8	7	6	30	0	0	0	30	=	30
B3	0	0	0	0	10	20	10	30	70	=	70
B4	9	3	2	9	0	10	40	0	50	=	50
					40	30	60	70			
					=	=	=	=			
Oferta	200				40	30	60	70			
									Demanda		200

La Bodega B3 no tiene en inventario producto "a"

MÉTODO DE INVESTIGACION

Calculo de Productividad

Se estableció la razón de outputs (Q), respecto a una serie de inputs (X), en un periodo de tiempo de base \emptyset , contrastado en una serie t

$$A_{\emptyset}^t = \frac{Q}{X}$$

Se eligió para el calculo, el índice de Tornqvist-Theil el cual es un índice de *cadena*, que recoge los cambios estructurales ocurridos en un periodo de tiempo analizado, de los precios y costos, asociados a una familia de productos, en cantidades específicas.

$$Pt = \prod_{i=1}^n \frac{pi,t}{pi,\emptyset}^{1/2} \left[\frac{pi,\emptyset qi,\emptyset}{p\emptyset.q\emptyset} + \frac{pi,t.qi,t}{pt.qt} \right]$$

“Donde se montaron los datos de precios y cantidades de dos periodos de tiempo ($\emptyset = 2009$ y $t = 2003$), para cada uno de los n artículos que se indexan a partir de $i = 1$ hasta $i = 26$; así, pi,\emptyset y qi,\emptyset , es el precio y la cantidad, respectivamente, del artículo i en el periodo de base \emptyset ; a su vez, pi,t y qi,t , es el precio y la cantidad, respectivamente, del artículo i en el periodo de análisis t ; igualmente $p\emptyset$ y $q\emptyset$, son los precios y cantidades del periodo base; pt y qt representan los precios y cantidades del periodo de análisis”%.

Año (t)	Pt
2003	1,120083285
2004	1,191423397
2005	1,243025838
2006	1,256170454
2007	1,291470414
2008	1,328887939
2009	0,930503732

% *Comportamiento de la productividad en empresas del cluster plásticos establecidas en Bogotá D.C. dedicadas a la manufactura de envases, empaques y embalajes entre años 2003 a 2009. Revista Elementos ISSN : 2027-923X Mar 28, 2014.*

$$C_t = \prod_{i=1}^n \frac{c_{i,t}^{1/2} \left[\frac{c_{i,\emptyset} q_{i,\emptyset}}{c_{\emptyset} q_{\emptyset}} + \frac{c_{i,t} q_{i,t}}{c_t q_t} \right]}{c_{i,\emptyset}}$$

“Donde se montaron los datos de costos y cantidades de dos periodos de tiempo ($\emptyset = 2009$ y $t = 2003$), para cada uno de los n artículos que se indexan a partir de $i = 1$ hasta $i = n$; así, $c_{i,\emptyset}$ y $q_{i,\emptyset}$, es el costo y la cantidad, respectivamente, del artículo i en el periodo de base \emptyset ; a su vez, $c_{i,t}$ y $q_{i,t}$, es el costo y la cantidad, respectivamente, del artículo i en el periodo de análisis t ; igualmente c_{\emptyset} y q_{\emptyset} , son los precios y cantidades del periodo base; c_t y q_t representan los costos y cantidades del periodo de análisis” %.

Año (t)	Ct
2003	1,12705501
2004	1,19124266
2005	1,26770137
2006	1,25620501
2007	1,31922910
2008	1,32962125
2009	0,93739623

Año (t)	A_{\emptyset}^t
2003	0,99381421
2004	1,00015172
2005	0,98053522
2006	0,99997249
2007	0,97895841
2008	0,99944848
2009	0,99264719

% *Comportamiento de la productividad en empresas del cluster plásticos establecidas en Bogotá D.C. dedicadas a la manufactura de envases, empaques y embalajes entre años 2003 a 2009. Revista Elementos ISSN : 2027-923X Mar 28, 2014.*

PROCEDIMIENTO PARA LA ELABORACIÓN DEL MODELO

REPRESENTACIÓN DEL MODELO EN UNA MATRIZ

		CLIENTES							Oferta por producto			
		C1		C2		...	Cm					
		CANTIDAD DEMANDADA	COSTOS DE ENVÍO	CANTIDAD DEMANDADA	COSTOS DE ENVÍO	...	CANTIDAD DEMANDADA	COSTOS DE ENVÍO				
CENTROS DE DISTRIBUCIÓN O BODEGAS	B1	a	X11a	C11a	X12a	C12a	...	X1ma	C1ma	O1a		
		b	X11b	C11b	X12b	C12b	...	X1mb	C1mb	O1b		
		k	X11k	C11k	X12k	C12k	...	X1mk	C1mk	O1k		
	B2	a	X21a	C21a	X22a	C22a	...	X2ma	C2ma	O2a		
		b	X21b	C21b	X22b	C22b	...	X2mb	C2mb	O2b		
		k	X21k	C21k	X22k	C22k	...	X2mk	C2mk	O2k		
		
	Bn	a	Xn1a	Cn1a	Xn2a	Cn2a	...	Xnma	Cnma	Ona		
		b	Xn1b	Cn1b	Xn2b	Cn2b	...	Xnmb	Cnmb	Onb		
		k	Xn1k	Cn1k	Xn2k	Cn2k	...	Xnmk	Cnmk	Onk		
	Demanda por producto		d1a	d1b	d1k	d2a	d2b	d2k	...	dma	dmb	dmk

FORMULACIÓN

Función objetivo

$$Z_{\min} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=a}^k c_{ijk} * x_{ijk} \quad \begin{matrix} k = a, b, c \dots K. \\ i = 1, 2, 3 \dots n. \\ j = 1, 2, 3 \dots m. \end{matrix} \quad (1)$$

Restricciones

$$\sum_{i=1}^n x_{ijk} = o_{ik} \quad \begin{matrix} k = a, b, c \dots K. \\ i = 1, 2, 3 \dots n. \end{matrix} \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^m x_{ijk} = d_{jk} \quad \begin{matrix} k = a, b, c \dots K. \\ j = 1, 2, 3 \dots m. \end{matrix} \quad (3)$$

$$o_{ik} = d_{jk} \quad \begin{matrix} k = a, b, c \dots K. \\ i = 1, 2, 3 \dots n. \\ j = 1, 2, 3 \dots m. \end{matrix} \quad (4)$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall \quad i, j \text{ y } k \quad (5)$$

PROCEDIMIENTO PARA LA ELABORACIÓN DEL MODELO

SOLUCIÓN PARA CUATRO (4) PRODUCTOS

$o < d$

a

	C1	C2	C3	C4			
B1	5	4	3	2			
B2	3	8	7	6			
B3	0	0	0	0			
B4	9	3	2	9			
					40	30	60
					=	=	=
					40	30	60
							200

Zmin **\$ 290**

c

	C1	C2	C3	C4			
B1	10	8	6	4			
B2	6	16	14	12			
B3	20	15	10	11			
B4	0	0	0	0			
					350	400	250
					=	=	=
					350	400	250
							1450

Zmin **\$ 10.650**

$o > d$

b

	C1	C2	C3	C4			
B1	7,5	0	4,5	3			
B2	4,5	0	10,5	9			
B3	3	0	9	10,5			
B4	13,5	0	3	13,5			
					500	700	500
					=	=	=
					500	700	500
							2200

Zmin P2 **\$ 4.500**

d

	C1	C2	C3	C4			
B1	4	3,2	2,4	0			
B2	2,4	6,4	5,6	0			
B3	1,6	4	4,8	0			
B4	7,2	2,4	1,6	0			
					240	740	100
					=	=	=
					240	740	100
							1100

Zmin **\$ 2.824**

\$18.264



PROCEDIMIENTO PARA LA ELABORACIÓN DEL MODELO

SOLUCIÓN DEL MODELO EN EXCEL - SOLVER

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD						
1																																				
2				k	X11	X12	X13	X14	X21	X22	X23	X24	X31	X32	X33	X34	X41	X42	X43	X44																
3				Cija	5	4	3	2	3	8	7	6	0	0	0	0	9	3	2	9																
4				Cijb	7,5	0	4,5	3	4,5	0	10,5	9	3	0	9	10,5	13,5	0	3	13,5																
5				Cijc	10	8	6	4	6	16	14	12	20	15	10	11	0	0	0	0																
6				Cijd	4	3,2	2,4	0	2,4	6,4	5,6	0	1,6	4	4,8	0	7,2	2,4	1,6	0																
7				Xija	0	0	0	50	30	0	0	0	10	30	10	20	0	0	50	0																
8				Xijb	0	100	0	500	0	300	0	0	500	0	0	0	0	300	500	0																
9				Xijc	0	220	0	130	350	0	0	250	0	0	250	70	0	180	0	0																
10				Xijd	0	120	100	0	190	0	0	20	50	110	0	0	0	510	0	0																
11	Unidades k de envío por cliente				0	440	100	680	570	300	0	270	560	140	260	90	0	990	550	0																
12							Unidades en inventario							Demanda insatisfecha				Lado izquierdo (L.I.)				PARAMETROS				Lado derecho (L.D.)										
13	RESTRICCIONES DE OFERTA				B1	1	1	1	1													50	600	350	220	=	Oia	Oib	Oic	Oid						
14					B2				1	1	1	1										30	300	600	210	=	50	600	350	220						
15					B3								1	1	1	1						70	500	320	160	=	30	300	600	210						
16					B4												1	1	1	1		50	800	180	510	=	70	500	320	160						
17																										=	Dja	Djb	Djc	Djd						
18	RESTRICCIONES DE DEMANDA				C1	1			1				1				1					40	500	350	240	=	40	500	350	240						
19					C2		1			1				1				1				30	700	400	740	=	30	700	400	740						
20					C3			1			1				1				1			60	500	250	100	=	60	500	250	100						
21					C4			1				1				1				1		70	500	450	20	=	70	500	450	20						
22																																				
23																																				

Z Total min
18.264

290
4.500
10650
2.824

PROCEDIMIENTO PARA LA ELABORACIÓN DEL MODELO

VALORES AGREGADOS

- El modelo reporta análisis de sensibilidad, con lo cual se pueden hacer estudios de optimización de los centros de distribución.
- Con el modelo se pueden realizar escenarios, parametrizando las variables de solución.
- Genera nuevas investigaciones.

OTRAS INVESTIGACIONES

- 1- METODOLOGÍA PARA POTENCIALIZAR LA CAPACIDAD DE CENTROS DE DISTRIBUCIÓN CON BASE EN EL MODELO DE TRANSPORTE Y SU ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD.
- 2- MODELO DE TRANSPORTE APLICADO A MÚLTIPLES PRODUCTOS
- 3- MODELO DE COSTO MÍNIMO CON MÚLTIPLES ESCALAS
- 4- MODELOS HÍBRIDO DE COSTO MÍNIMO Y RUTA MAS CORTA (Algoritmo de Dijkstra)
- 5- MODELADO DE UN SISTEMA DE TRANSBORDO MULTIMODAL PARA MÚLTIPLES PRODUCTOS
- 6- CALCULO DEL REQUERIMIENTO DE MANO DE OBRA/MATERIA PRIMA/MAQUINARIA CON BASE EN EL PROCESO DE PRODUCCIÓN Y CON DEMANDA DE PRODUCTOS ALEATORIAMENTE, APLICANDO EL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL.
- 7- SISTEMA PARA PARAMETRIZAR LA CAPACIDAD MÁXIMA DE UN SISTEMA CON MÚLTIPLES FUENTES Y SUMIDEROS Y/O DESTINOS

GRACIAS