CALCULADORA DE INTERPOLACIÓN LINEAL PARA TABLAS DE MORTALIDAD EN COLOMBIA

MAURICIO CARRERO RAMÍREZ
SANTIAGO FLOREZ SUÁREZ

PROYECTO INTEGRAL DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE PROFESIONAL EN ESTADÍSTICA Y CIENCIAS ACTUARIALES

DIRECTOR
GERMÁN ALBERTO CORREDOR MARÍN
MATEMÁTICO

FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DE AMÉRICA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRATIVAS
PROGRAMA DE ESTADÍSTICA Y CIENCIAS ACTUARIALES
BOGOTÁ, D. C.
2024

NOTA DE ACEPTACIÓN

Firma del director

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Bogotá, D. C. agosto de 2024

DIRECTIVOS DE LA UNIVERSIDAD

Presidente de la Universidad y Rector del Claustro

Dr. Mario Posada García Peña

Consejero Institucional

Dr. Luis Jaime Posada García Peña

Vicerrectora Académica

Dra. María Fernanda Vega de Mendoza

Vicerrectora de Investigaciones y Extensión

Dra. Susan Margarita Benavides Trujillo

Vicerrector Administrativo y Financiero

Dr. Ramiro Augusto Forero Corzo

Secretario General

Dr. José Luis Macías Rodríguez

Decana Facultad de ciencia Económicas y Administrativas

Dra. Magaly Faride Herrera Giraldo

TABLA DE CONTENIDO

Pág.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

RESUMEN

El proyecto se centra en desarrollar un aplicativo computacional que facilite a los usuarios la búsqueda y cálculo de la probabilidad de sobrevivencia para edades fraccionarias, utilizando como base la información proporcionada por las tablas de mortalidad oficiales en Colombia. Este aplicativo permitirá a los usuarios, tanto profesionales del área de la actuaría y la estadística como investigadores y tomadores de decisiones, realizar consultas precisas y rápidas, evitando la necesidad de interpolaciones manuales o cálculos complejos.

El proyecto se centra en la implementación de algoritmos que extraigan y procesen los datos de las tablas de mortalidad, generando resultados precisos para edades no enteras. De esta manera, se busca mejorar la accesibilidad y usabilidad de la información actuarial, apoyando la toma de decisiones en sectores como el asegurador, donde la estimación precisa de probabilidades de sobrevivencia es fundamental.

Palabras clave: Edad actuarial, edades fraccionarias, interpolación, aplicativo computacional, tablas de mortalidad, probabilidad de sobrevivencia.

INTRODUCCIÓN

Con el objetivo de desarrollar una herramienta computacional que le brinde al usuario la posibilidad de conocer la probabilidad de sobrevivencia o supervivencia para edades fraccionarias a partir de la información brindada por las tablas de mortalidad oficiales en Colombia. Se establece un ámbito clave para efectuar el aplicativo computacional, tomando como base la premisa de que la distribución de los fallecidos es uniforme, basándose en el modelo actuarial de Moivre. Sin embargo, la presente herramienta no emplea directamente sus fórmulas y procedimientos, sino la distribución, al considerar edades fraccionarias y basarse en dicha distribución es necesario usar el proceso actual de la interpolación lineal para edades actuariales.

Por lo tanto, se implementa una metodología que se basa en el uso de las tablas de mortalidad presentadas por instituciones nacionales y/o internacionales para garantizar actualizaciones constantes en caso de búsquedas de edades fraccionarias, en conjunto con la aplicación de un modelo actuarial basado en variantes de las funciones de supervivencia para el cálculo de tablas de mortalidad propias.

En consecuencia, este trabajo se centra en la búsqueda de dichas probabilidades utilizando las tablas de mortalidad proporcionadas por la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC), además de las Resoluciones 1555 de 2010 y 0585 de 1994,que abordan los temas relacionados con rentistas válidos e inválidos, al hacer uso de tablas de mortalidad establecidas por organizaciones públicas, se extraen dichas tablas para realizar un análisis comparativo de categorías y datos, que posteriormente se migran a Python para su procesamiento, permitiendo presentar la información de forma más amigable al usuario.

Además de las tablas de mortalidad, se utilizaron como base inicial dos datos fundamentales: la fecha de nacimiento y la fecha de inicio de la vigencia del seguro. Estos datos permiten calcular la edad del asegurado tanto de forma anual como mensual, lo que a lo largo del proceso permitirá el cálculo de las probabilidades de sobrevivencia fraccionarias.

1. OBJETIVOS

1.1. Objetivo General

Generar un aplicativo computacional que le permita al usuario buscar la probabilidad de sobrevivencia para edades fraccionarias a partir de la información brindada por las tablas de mortalidad oficiales

1.2. Objetivos Específicos

- Entender la probabilidad de sobrevivencia en diferentes rangos de edades, llegando a las edades fraccionarias.
- Comprender las diversas variables de las tablas de mortalidad oficiales, entendiendo así la información brindada por los entes que las emiten.
- Generar un programa para un uso sencillo y claro de un usuario no familiarizado con la interpolación lineal.

2. MARCO TEÓRICO

> Un actuario es un administrador del riesgo principalmente, en el sector seguros, se encarga de evaluar la probabilidad de que ocurra un evento futuro. Es decir, es una pieza fundamental a la hora de calcular una póliza de seguros, ya que estima los costes derivados de posibles incidentes (WTW, 2024).

Por su parte, la ciencia actuarial aplica modelos estadísticos y matemáticos para la evaluación de riesgos e incertidumbre. Nació desde los tiempos del Imperio Romano cuando al actuario se le asignaba la responsabilidad de mantener el equilibrio. En un principio, nació de ciencias como la probabilidad y la teoría del interés, la probabilidad tardó un poco más en desarrollarse pues se creía que no se debía dejar nada al azar. Por otro lado, el concepto de interés apareció con los préstamos de dinero a una determinada tasa y el valor presente de dicho dinero. A raíz de la peste negra (siglo XIV) surgieron las tablas y tasas de mortalidad y el análisis de datos. En Colombia, empezó el trabajo actuarial calculando reservas para seguros de vida y tablas de mortalidad. Con el paso del tiempo, inició la formación básica de los actuarios en las carreras de matemáticas y estadística, organizando eventos que permitieron participar en ramas como seguridad social y pensiones (FUA, 2019).

Los actuarios en otras palabras son personas y profesionales capaces de profundizar en áreas especializadas de las que muchas otras carreras solo pueden rasgar las superficies del cálculo y análisis a partir del ejercicio básico de varios escenarios. Los actuarios siempre deben estar innovando sobre las funciones respectivas que llegan a poseer en las empresas para mejorar los procesos y optimizar tiempos, por lo cual necesitan mejores herramientas para el desarrollo de los proyectos respectivos. Dicho esto, se presenta una oportunidad en una rama de la actuaría como son los seguros de vida que llegan a permitir un amplio margen de acción ya sea por ámbitos relacionados a beneficiarios, las reservas técnicas o simplemente por el cálculo de su reserva matemática. En esta ocasión nos concentramos únicamente en un factor muy relevante como son las probabilidades de vida que llegan a ser valores relevantes a la hora de cálculo de flujos de supervivencia sin descontar y que a la vez siempre serán necesarias entre otros temas como en las pensiones y el cálculo de tarifas entre otros. Las principales herramientas fijas para un actuario en el cálculo de seguros de vida y reservas de este tipo son las tablas de vida o mortalidad. Una tabla de vida o tabla de mortalidad es un modelo teórico que describe la extinción de una cohorte hipotética o ficticia. Permite determinar las probabilidades de sobrevivir o de morir a una edad exacta "x" o entre edades "x" y "x+n". Se considera como la herramienta más completa para el análisis de la mortalidad de una población en un momento dado (CCP, 2024).

Con esta información presente se desarrollan los cálculos gracias a las probabilidades de vida de una persona y todo asociado a su condición de salud y edad al momento del cálculo. El cálculo matemático de la esperanza de vida calcula la probabilidad de que una persona nacida en un determinado año muera a una edad concreta. Si las condiciones de vida y de sanidad de la población estudiada mejoran y no tienen lugar desastres naturales ni conflictos bélicos que diezman la población, se espera que la esperanza de vida de estas personas nacidos en un determinado año aumente con respecto a la que se calculaba al nacer (Cañadas Bustos, 2021).

Dicho esto, planeamos cómo toda esta información se llega a aplicar de una manera práctica que permita solventar o ayudar simplemente a los actuarios y/o empresas a generar proyecciones y escenarios de reservas con mayor facilidad.

Para esto es muy importante tener en cuenta el siguiente glosario, que nos ay a comprender de mejor forma la información que se manejara:

- Edad al morir: Edad a la que un individuo fallece.
- Esperanza de vida al nacer: Número promedio de años que un individuo nacido en un año determinado espera vivir.
- Esperanza de vida a una edad específica: Número promedio de años que un individuo que ha alcanzado una edad determinada espera vivir.
- Función de hazard: Función que describe la probabilidad instantánea de muerte para un individuo en un momento dado.
- Mortalidad bruta: Tasa de muerte en una población durante un período determinado, sin ajustar por la estructura de edad de la población.
- Mortalidad específica por edad: Tasa de muerte en una población durante un período determinado, ajustada por la estructura de edad de la población.
- Tabla de vida: Tabla que muestra la probabilidad de supervivencia, la esperanza de vida y otras medidas de la mortalidad para diferentes edades.

Para complementar las definiciones anteriores y ayudar a mejorar los temas posteriores a tratar es necesario establecer definiciones claras acerca de los elementos básicos que se manejan en actuaría sobre los términos de vida y en las tablas de mortalidad. Se darán aclaraciones sobre qué se necesita para la poder manifestar mejores aclaraciones sobre los temas en cuestión:

Para la elaboración de una la tabla de mortalidad, en esencia, se necesita compilar información del número y edad de las personas expuestas al riesgo de muerte, así como sus edades al momento de la muerte. En la interpretación más común de las tablas, se asume que éstas describen los tiempos de muerte de una cohorte hipotética de recién nacidos, que están sujetos a las tasas de la mortalidad descritas en la tabla, y que se observan hasta que la última muerte haya ocurrido. Dado que para la construcción de tablas usualmente se observa la mortalidad en un periodo de tiempo específico, este tipo de tablas se conoce como “tablas de período”. (Ortiz, Villegas, Zarruk, 2012, p.3)

Mostrando aspectos generales y/o estructura de las tablas de mortalidad, tenemos:

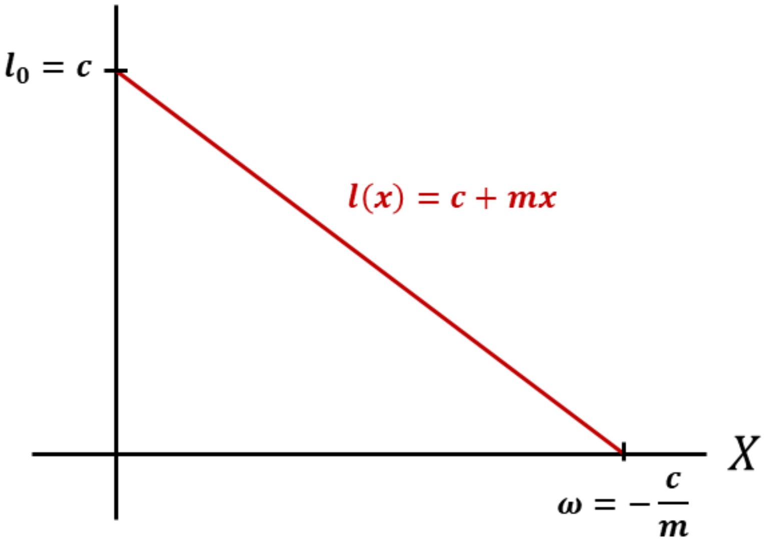
- x: es la edad de la persona.
- l_0: cantidad de vivos a la edad cero, se entiende también como recién nacidos.
- l_x: hace referencia al número de sobrevivientes a la edad x.
- d_x: representa el número de personas que fallecen entre las edades x y $x+1$.
- q_x: es la probabilidad de fallecer a la edad x, es decir, la probabilidad de que una persona de edad x no sobreviva a la edad $x+1$.
- p_x: es la probabilidad de que una persona de edad x sobreviva hasta la edad $x+1$.

Con el fin de presentar al principal gestor del modelo base con el cual se va a trabajar a lo largo del documento debemos mencionar a Abraham de De Moivre, fue un matemático británico de origen francés que falleció en Londres el 27 de noviembre de 1754. Aportó un modelo el cual propone una forma funcional para la función de supervivencia, la probabilidad de fallo y/o la probabilidad de supervivencia.

La ley de De Moivre supone que la función de supervivencia o sobrevivencia es una función lineal de la edad.

Figura 1

Modelo de De Moivre



Nota. Ley de De Moivre, Métodos cuantitativos. (2021-2022). Universidad de Valencia, Máster en Ciencias Actuariales y Financieras. https://www.uv.es/mlejarza/actuariales/Modelos%20de%20Supervivencia/T1MS.pdf

- x: Se refiere a la edad que se está tomando en cuenta.
- l(x): Cantidad de vivos a la edad $\boldsymbol{x}$.
- c: Intercepto de la ecuación lineal.
- l(0): Cantidad de vivos a la edad cero, se entiende también como recién nacidos.
- m: Pendiente de la ecuación, mide la proporción en que disminuyen la cantidad de vivos a la edad $\boldsymbol{x}$.
- $\boldsymbol{\omega}$: Edad máxima
- $\boldsymbol{l\_\omega}$:Vivos a la edad máxima

El modelo de De Moivre usa:

$$l(x) \;=\; c \;+\; m * x, \text{ para } x \geq 0$$

Los parámetros c y d se identifican así:

$$l_0 = c + m * 0 = c$$

$$l_\omega = 0 = c + m * \omega$$

$$\omega = -\frac{c}{m}$$

Con estas ecuaciones es posible escribir la ley de De Moivre, de la siguiente forma:

$$l(x) \;=\; c \;-\frac{c}{\omega}x$$

Se reemplaza c y al mismo tiempo factoriza el l_0

$$l(x) = l_0 - \frac{l_0}{\omega}x = l_0\left(1 - \frac{x}{\omega}\right)$$

Para abundar en las connotaciones del modelo de De Moivre, se deben mencionar los aportes al cálculo de variables de las tablas de mortalidad que van ligados a dicha ley.

- Las defunciones anuales basadas en edades enteras, es decir, llega suponer que las defunciones son iguales cada año y que dichos fallecidos se distribuyen de la misma forma: “”

$$d_x = l_x - l_{x+1} = l_0\left(1-\frac{x}{\omega}\right) - l_0\left(1-\frac{x+1}{\omega}\right) = \frac{l_0}{\omega}$$

Puede observarse que el decrecimiento anual constante previamente mencionado es equivalente al cociente entre el grupo de sobrevivientes inicial $l(0)$ y la cantidad máxima de años que se estima sobrevivirá una persona recién nacida, ω; comúnmente llamada edad terminal de la tabla. (Metelli, Fernandez, 2021)

- Probabilidad de fallo o de fallecimiento:

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{\frac{l_0}{\omega}}{l_0\left(1-\frac{x}{\omega}\right)} = \frac{1}{\omega - x}$$

Está probabilidad es creciente, dado que el número de fallecidos es constante.

- La tasa instantánea de mortalidad:

$$\mu_x = \frac{l'(x)}{l(x)} = -\frac{-\frac{l_0}{\omega}}{l_0\left(1-\frac{x}{\omega}\right)} = \frac{1}{\omega - x}$$

- Si hablamos de las probabilidades temporales de supervivencia y fallecimiento para aquellas que duran más de un año, podemos relacionarlas con la tasa instantánea de mortalidad.

$${}_{n}p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} = \frac{l_0\left(1-\frac{x+n}{\omega}\right)}{l_0\left(1-\frac{x}{\omega}\right)} = \frac{\omega-x-n}{\omega-x} = 1 - \frac{n}{\omega-x} = 1 - n * \mu_x$$

$${}_{n}q_x = 1 - {}_{n}p_x = 1 - (1 - n * \mu_x) = n * \mu_x$$

Para finalizar los temas actuariales relevantes para todo el documento se necesita abundar en las edades fraccionarias y su importancia para los actuarios en el cálculo de probabilidades de supervivencia y de fallecimiento. Las edades fraccionarias se toman en casos de cálculos no anuales, es decir, se buscan resultados donde se hable de la edad de un individuo en una fracción del tiempo como pueden ser días, semanas y meses, siendo el último el más común a usar. Sin embargo, para el uso de estas edades fraccionarias es necesario tener probabilidades condicionales a edades fraccionarias y presentamos los modelos basados en interpolaciones que se usan naturalmente para tener esa parte fraccionaria.

El modelo que usa la interpolación lineal se basa en una distribución uniforme de muertes o decesos (DUD), donde se asume que el número de muertes del año es proporcional al tiempo transcurrido de dicho año, además se supone que el comportamiento de l_x es lineal entre x y $x+1$. (Huertas, 2001)

$$l_{x+s} = (1-s)l_x + s * l_{x+1}$$

$$l_{x+s} = l_x + s(l_{x+1} - l_x) = l_x - sd_x \text{ , } 0 \leq s \leq 1$$

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \text{ ; } q_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

$${}_tp_x = \frac{l_{x+t}}{l_x} \text{ ; } {}_tq_x = 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

$${}_sp_x = 1 - s\, q_x$$

$$s\, q_x = q - {}_sp_x = {}_sq_x$$

El modelo que usa la interpolación exponencial posee la particularidad de tener la tasa instantánea de mortalidad constante para cada año de edad y generar un comportamiento exponencial para las probabilidades de supervivencia y fallecimiento.

"Forma exponencial para l_{x+s}: Asume que el comportamiento de l_{x+s} entre x y $x+1$ es de la forma $l_{x+s} = a * b^s$. Para asegurar continuidad en $s = 0$ se hace $l_x = a$, y en $s = 1$ se hace $l_{x+1} = a * b$, entonces: $l_{x+s} = l_x * (p_x)^s$, y dividiendo por l_x:

$${}_sp_x = (p_x)^s$$

$${}_sq_x = 1 - (1 - q_x)^s$$"

(Huertas, 2001)

El modelo de la interpolación hiperbólica o también conocido como hipótesis de Balducci, usada para modelar una probabilidad de fallecimiento decreciente. Esta interpolación asume que $\frac{1}{l_x}$ es una función lineal de s entre x y $x+1$.

"Forma hiperbólica para l_{x+s}: Esta hipótesis asume que el inverso de l_x es una función lineal de s entre x y $x+1$, esto es $l_{x+s} = (a + b * s)^{-1}$. Para asegurar continuidad en $s = 0$ se hace $l_x = \frac{1}{a}$, y en $s = 1$ se hace $l_{x+1} = \frac{1}{a*b}$, luego:

$$\frac{1}{l_{x+s}} = \frac{1}{l_x}4 + s\left(\frac{1}{l_{x+1}} - \frac{1}{l_x}\right); 0 \leq s \leq 1$$

$${}_s\ \frac{q_x}{l_{x+s}} = s\frac{q_x}{l_{x+1}}$$

$${}_sq_xp_x = sq_x - sq_x{}_sq_x$$

(Huertas, 2001)

Habiendo mostrado los términos básicos actuariales, el modelo de De Moivre y los modelos de interpolación para edades fraccionarias establecemos el paso a las contingencias de vida. Adicionalmente es importante definir la interpolación según Burden y Faires (2011), "la interpolación es el proceso de estimar valores intermedios de una función a partir de un conjunto finito de puntos de datos", es importante diferenciarlo con una regresión, ya que son dos técnicas estadísticas y matemáticas utilizadas para estimar valores de datos, pero tienen diferentes propósitos y se utilizan en diferentes contextos, Montgomery, Peck, y Vining (2012), definen la regresión como “el proceso de desarrollar una ecuación matemática que describa la relación entre una variable de interés (dependiente) y una o más variables explicativas (independientes), con el fin de predecir o explicar el comportamiento de la variable dependiente", entendiendo así que una de las mayores diferencias va a ser el rango de efectividad, la interpolación va a funcionar entre rangos ya conocidos y establecidos, mientras la regresión al entender la relación entre variables puede buscar valores desde la variable independiente a la dependiente.

3. ENTENDIMIENTO DE LA PROBABILIDAD DE SOBREVIVENCIA PARA EDADES FRACCIONARIAS

“La teoría de la probabilidad es una herramienta matemática que establece un conjunto de reglas o principios útiles para calcular la ocurrencia o no ocurrencia de fenómenos aleatorios y procesos estocásticos”. (UNAL, s.f.)

En el contexto que se va a desarrollar a lo largo de este escrito, es fundamental tener presente el concepto de tiempo, el cual participa en cada aspecto de la vida. En este marco, utilizamos el tiempo primero para establecer cómo se llega al punto en que un individuo alcanza la edad máxima posible de supervivencia, denotada como **(ω)**. Con este límite en mente, avanzamos al tema de las funciones basadas en variables aleatorias (v.a). La variable aleatoria X representa el tiempo futuro de vida de un individuo recién nacido. De igual manera, es necesario considerar una variable aleatoria condicional que relacione al individuo, el tiempo y la edad. Esta es la variable aleatoria condicional T_x, que representa el tiempo futuro de vida de una persona de edad (x).

La variable aleatoria X expresa la edad alcanzada por un recién nacido y T no es una edad sino un lapso adicional de tiempo vivido por (x). De esta explicación salen las dos principales probabilidades de las contingencias de vida usadas por los actuarios, la probabilidad de sobrevivir t años más ya teniendo una edad (x) y su complemento que es la probabilidad de fallo o muerte antes de t años teniendo la edad (x). (Huertas, 2001)

El fundamento básico, si se quiere ver desde el procedimiento actuarial, viene dado por la probabilidad siendo también una función que mide el grado de certeza de un evento donde se tiene como espacio muestral el tiempo futuro de vida. Si hablamos de probabilidades de supervivencia o sobrevivencia se tiene que estás pertenecen al conjunto dado entre 0 y 1 también, entrando al mundo de las contingencias de vida.

Las contingencias de vida están ligadas a eventos adversos en la vida de un ser humano, como son las enfermedades, accidentes, invalidez, invalidez temporal y muerte. Su fundamento utiliza las variables aleatorias anteriormente descritas, pero es necesario mostrar la relación entre la función de distribución y la función de sobrevivencia.

La distribución de probabilidad acumulada es una función matemática que se emplea para saber la probabilidad de que una variable aleatoria tome valores más pequeños o iguales que un número en concreto, sea cual sea su distribución. La distribución de probabilidad acumulada también recibe el nombre de función de distribución (FD) y acostumbra a denotarse como $F(x)$ para diferenciarla de la función de densidad $f(x)$. (Rodo, s.f)

La función de distribución de X o $F(x)$, define la probabilidad de morir antes de x años. Su derivada es la función de densidad no condicional de X.

$$F(x) = P(X \leq x) = 1 - S(x)$$

$$f(x) = \frac{d}{dx}F(x) = \frac{-d}{dx}S(x)$$

Las contingencias de vida se basan inicialmente en modelos de sobrevivencia que al mismo tiempo inician con la función de sobrevivencia:

$$s(x) = P(X > x)$$

La función de sobrevivencia tiene tres características principales:

- $S(x)$ es una función decreciente.
- $S(0) = 1$
- $S(\omega) = 0$

La función de sobrevivencia al ser decreciente implica que su valor disminuye a medida que aumenta el tiempo. Esto refleja la idea de que a medida que pasa el tiempo, la probabilidad de que el evento ocurra aumenta, lo que resulta en una disminución de la proporción de individuos o eventos que aún no lo han experimentado.

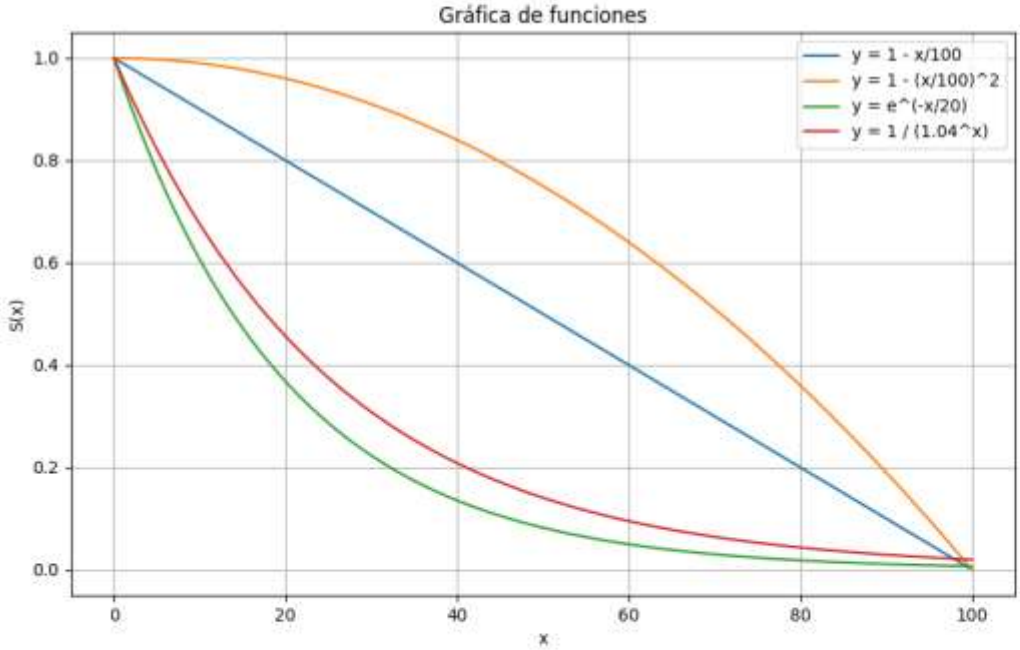
Adicionalmente en el momento inicial cuando x es igual a 0, la función de sobrevivencia debe ser igual a uno. Esto significa que todos los individuos o eventos aún no han experimentado el evento definido en el momento en que comienza la observación, finalmente cuando x es igual a ω, indicando un tiempo muy avanzado, la función es igual a cero, indicando que ya todos los individuos han experimentado el evento definido.

Así mismo podemos ver las siguientes funciones que aunque no lo parecen por cumplir la misma tendencia de llegar a cero a los 100 años de edad, tienen un comportamiento no lineal y siguen cumpliendo las normas necesarias para expresar funciones de supervivencia, entendiendo así que cada población va a comportarse de una forma diferente y es por esto que es necesario hacer uso de la información propia de cada población para hacer correctas estimaciones. A continuación, se presentan 3 gráficas adicionales con las siguientes funciones:

$$y = 1 - \left(\frac{x}{100}\right)^2, y = e^{-\frac{x}{20}}, y = \frac{1}{1.04^x} .$$

Figura 2

Ejemplo gráfico de sobrevivencia

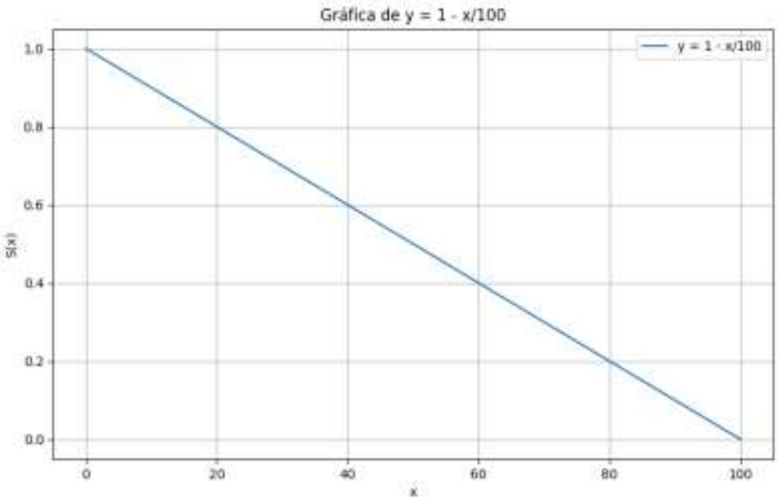


Nota. Gráfica que ilustra diferentes funciones que cumplen las normas para ser de sobrevivencia.

Como ejemplo podemos tomar la función $y = 1 - \frac{x}{100}$, la cual ilustra una gráfica que cumple con todas las condiciones mencionadas anteriormente, decreciente, cuando $\boldsymbol{x}$ es igual a cero la función equivale a uno y cuando se extiende da cero, adicionalmente se comprende que va a ir decreciendo año por año un uno por ciento la probabilidad de sobrevivencia, sin embargo, los caso normalmente no se comportan de esta forma lineal.

Figura 3

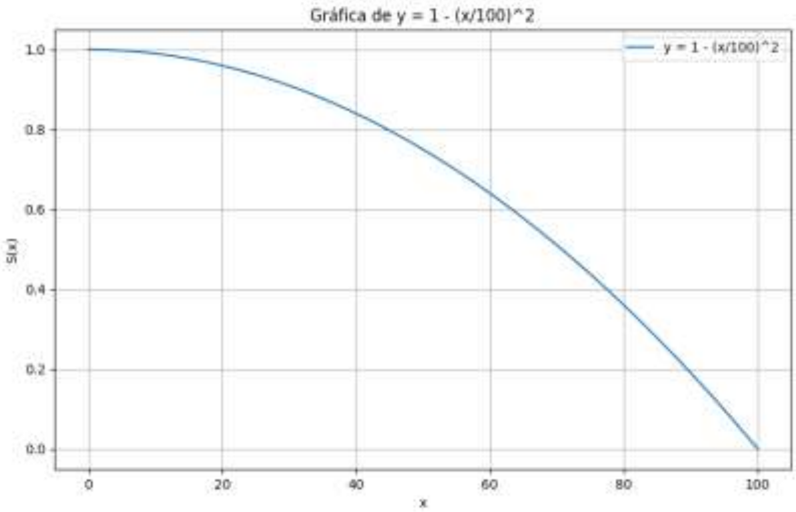
Ejemplo gráfico de sobrevivencia lineal



Nota. Gráfica que ilustra la función $y = 1 - \frac{x}{100}$ para la comprensión de las funciones de sobrevivencia.

Figura 4

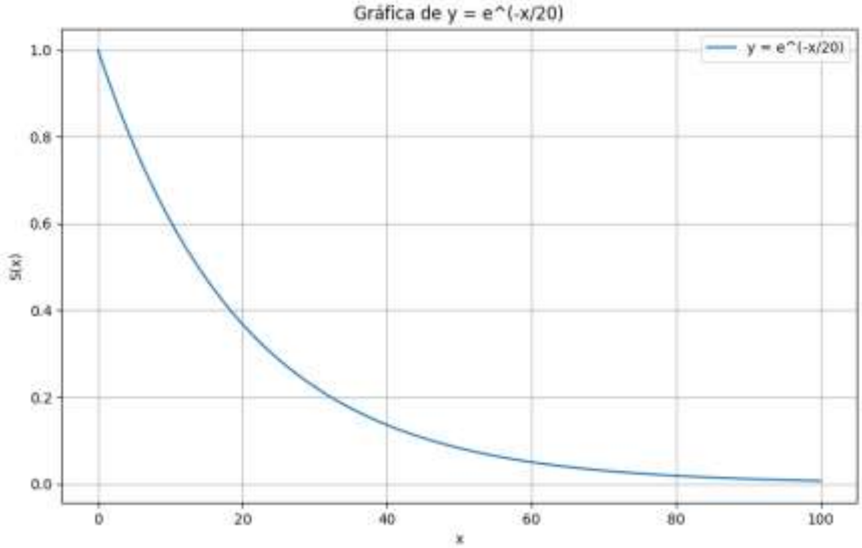
Ejemplo gráfico de sobrevivencia no lineal



Nota. Gráfica que ilustra la función $y = 1 - \left(\frac{x}{100}\right)^2$ para la comprensión de las funciones de sobrevivencia.

Figura 5

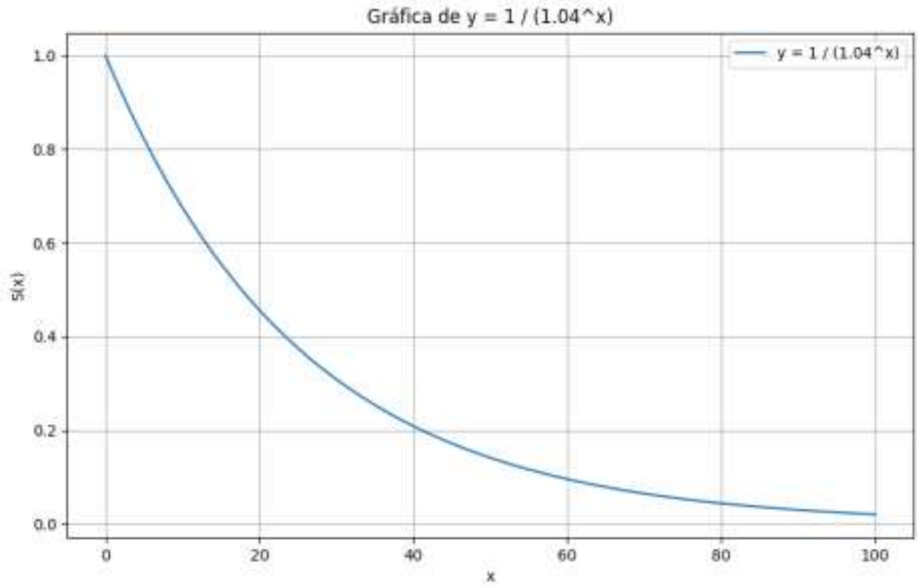
Ejemplo gráfico de sobrevivencia no lineal 2



Nota. Gráfica que ilustra la función $y = e^{-\frac{x}{20}}$ para la comprensión de las funciones de sobrevivencia.

Figura 6

Ejemplo gráfico de sobrevivencia no lineal 3



Nota. Gráfica que ilustra la función $y = \frac{1}{1.04^x}$ para la comprensión de las funciones de sobrevivencia.

Para mostrar cómo la función de sobrevivencia impacta en las probabilidades antes mencionadas se llega a ver en estas ecuaciones:

$${}_tp_x = P(X > x + t \ / X > x)$$

$${}_tp_x = P(X > x + t \ / X > x) = S(x + t \ / X > x) = \frac{S(x+t)}{S(x)}$$

$$ {}_tq_x = P(T(x) \leq t) = P(X \leq x + t \ / X > x) $$

$$ {}_tq_x = \frac{P(x<X\leq x+t)}{P(X>x)} = \frac{S(x)-S(x+t)}{S(x)} = 1 - {}_tp_x $$

La tasa de fallos o tasa instantánea de mortalidad, denotada como ***μ(x)***, es el complemento de la función de supervivencia y se define como la tasa instantánea en la cual los eventos (o fallos) ocurren en un intervalo muy pequeño alrededor de ***x***.

Formalmente, para una función de supervivencia ***S(x)***, la tasa de fallos ***μ(x)*** se define como la derivada negativa del logaritmo natural de la función de supervivencia en ese punto. Esta definición captura la tasa instantánea de ocurrencia de eventos de fallo en el tiempo ***x***.

$$ \mu(x) = -\frac{d}{dx} ln \left(S(x)\right) $$

Todo esto para empezar a generar el contexto base que se enfoca en las tablas de mortalidad llegando a ser "estas un modelo de sobrevivencia presentado en formato tabular, el modelo tabular no presenta las probabilidades de sobrevivir $S(x)$, a cambio ilustra el número de sobrevivientes de un grupo inicial desde una edad particular x (preferiblemente $x = O$) hasta ω". (Huertas, 2001)

Entonces las tablas de mortalidad no se comportan debido a probabilidades si no por números reales positivos que establecen un concepto internacional y global con el cual todos los que busquen la información de este tipo la puedan entender y analizar para sus diversos estudios personales, es decir, las tablas de mortalidad son diferentes para cada país pero poseen la misma estructura para poder leer cada una de ellas comprendiendo las base de la probabilidad y cada columna que se verá a continuación.

Puesto que las tablas de mortalidad oficiales son herramientas fundamentales para estimar la probabilidad de supervivencia de una persona a una edad determinada ,pero estas tablas sólo proporcionan información para edades enteras. En la práctica, a menudo es necesario calcular la probabilidad de supervivencia para edades fraccionarias, por ejemplo, para determinar el riesgo de muerte de un paciente que se somete a una cirugía a los 42,7 años. Existen diferentes métodos para calcular la probabilidad de supervivencia para edades fraccionarias. Algunos de los métodos más comunes son:

- Interpolación lineal: Este método consiste en calcular la probabilidad de supervivencia para dos edades enteras que rodean la edad fraccionaria de interés y luego interpolar linealmente entre estos dos valores.

- Interpolación parabólica: Este método es similar a la interpolación lineal, pero utiliza una parábola para interpolar entre los tres valores de probabilidad de supervivencia más cercanos a la edad fraccionaria de interés.
- Ajuste de curvas: Este método consiste en ajustar una curva a los datos de la tabla de mortalidad y luego utilizar la curva para calcular la probabilidad de supervivencia para cualquier edad, incluyendo edades fraccionarias.

Para entender más en detalle cada método se puede comprender de la siguiente forma, la interpolación lineal es un método simple para calcular la probabilidad de supervivencia para una edad fraccionaria $x + t$, donde x es una edad entera y $0 \leq t < 1$. Este método se basa en la siguiente fórmula: $S(x + t) = S(x) + (1 - t)(S(x + 1) - S(x))$, teniendo esto claro, se siguen los siguientes pasos:

1. Identificar las edades enteras que rodean la edad fraccionaria: En este caso, las edades enteras son x y $x + 1$.
2. Obtener las probabilidades de supervivencia para las edades enteras: Estas probabilidades se pueden obtener de una tabla de mortalidad oficial.
3. Sustituir los valores en la fórmula: Sustituir x, t, $S(x)$ y $S(x + 1)$ en la fórmula de interpolación lineal.
4. Calcular la probabilidad de supervivencia para la edad fraccionaria: La fórmula proporcionará la probabilidad de supervivencia estimada para la edad $x + t$.

En cuanto al método de la interpolación parabólica se comprende como un método numérico para estimar el valor de una función en un punto intermedio entre dos puntos conocidos. A diferencia de la interpolación lineal, que utiliza una línea recta para aproximar la función, la interpolación parabólica utiliza una parábola para obtener una aproximación más precisa, especialmente cuando la función no es lineal. Al utilizarse para estimar la probabilidad de supervivencia en un tiempo específico (entendiéndose esto como la edad fraccionaria) que no coincide exactamente con los tiempos de observación disponibles. Este método es particularmente útil cuando se trabaja con datos discretos, donde los tiempos de observación están registrados en intervalos específicos y no hay información para cada edad fraccionaria.

El procedimiento se lleva a cabo de la siguiente manera:

1. Seleccionar los puntos de datos: Se seleccionan los tres puntos de datos de la función de supervivencia más cercanos a la edad fraccionaria de interés. Estos puntos se denominan (x_0, y_0), (x_1, y_1) y (x_2, y_2), donde $x_0 < x_1 < x_2$ y y_0, y_1 y y_2 son las probabilidades de supervivencia correspondientes, para el caso de edades fraccionarias serían el dos

superiores y uno inferior, o uno superior y dos inferiores, dando un ejemplo para 35.7 puede ser 35, 36 y 37 o 34, 35 y 36, siendo así a elección de la persona.

2. Calcular los coeficientes de la parábola: Se utilizan los tres puntos de datos para calcular los coeficientes de la ecuación general de una parábola:

$$y = a + bx + cx^2$$

Sustituyendo los puntos de datos en la ecuación, se obtiene un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas (a, b y c):

$$y_0 = a + bx_0 + cx_0^2$$
$$y_1 = a + bx_1 + cx_1^2$$
$$y_2 = a + bx_2 + cx_2^2$$

3. Estimar la probabilidad de supervivencia: Una vez que se conocen los coeficientes a, b y c, se puede estimar la probabilidad de supervivencia (y) para la edad fraccionaria de interés (x) sustituyendo el valor de x en la ecuación parabólica:

$$y = a + bx + cx^2$$

4. COMPRENSIÓN DE LA INFORMACIÓN BRINDADA POR LAS TABLAS DE MORTALIDAD OFICIALES

Las tablas de mortalidad oficiales son un recurso invaluable para comprender la probabilidad de sobrevivencia para edades fraccionarias (Preston, Habicht, & Hecht, 2014). Estas tablas, compiladas por entidades gubernamentales o instituciones estadísticas, proporcionan datos detallados sobre las tasas de mortalidad a diferentes edades y para diversos grupos poblacionales (Danovaro et al., 2020).

Para comprender adecuadamente la información brindada por las tablas de mortalidad oficiales, es fundamental familiarizarse con los conceptos y componentes clave que las conforman:

- Edad: Las tablas de mortalidad generalmente se organizan por grupos de edad, dividiendo la población en intervalos específicos (por ejemplo, 0-1 año, 1-4 años, 5-9 años, etc.). Esto permite analizar las tasas de mortalidad en diferentes etapas de la vida (Wilson & Herrmann, 2004).
- Población: Cada grupo de edad en la tabla de mortalidad indica el número total de personas que se encuentran dentro de ese rango de edad en un período de tiempo determinado (por ejemplo, un año). Este dato es esencial para calcular las tasas de mortalidad (United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division, 2019).
- Muertes: Las tablas de mortalidad registran el número de personas que fallecen dentro de cada grupo de edad durante el período de tiempo considerado. Este dato refleja la incidencia de la mortalidad en cada rango de edad (World Health Organization, 2023).
- Tasas de mortalidad: Las tasas de mortalidad se calculan dividiendo el número de muertes en cada grupo de edad por la población correspondiente y multiplicando por 1.000. Estas tasas permiten comparar la mortalidad entre diferentes grupos de edad y períodos de tiempo (Hill & Hanani, 2017).
- Esperanza de vida: La esperanza de vida restante a cada edad se calcula a partir de las tasas de mortalidad. Este indicador representa el número promedio de años que se espera que viva una persona a esa edad específica (Wilmoth et al., 2007).

Al analizar las tablas de mortalidad, es importante considerar diversos aspectos como lo son la no linealidad de las tasas de mortalidad comprendiendo que las tasas de mortalidad no son necesariamente constantes a lo largo de la vida. En general, son bajas en la infancia, aumentan en la edad adulta y se vuelven muy altas en la vejez (Yang & Land, 2008). Las diferencias por sexo pues “las mujeres suelen tener tasas de mortalidad más bajas que los hombres en todas las edades, excepto en la vejez” (Zhang et al., 2017). Variación por causa de muerte, las causas de muerte más comunes varían según la edad y el sexo, lo que se refleja en las tasas de mortalidad específicas para cada causa (Murray et al., 2012). Finalmente, el contexto socioeconómico y sanitario donde las tasas de mortalidad pueden variar significativamente entre países y regiones, reflejando las diferencias en el nivel de desarrollo, acceso a servicios de salud y otros factores socioeconómicos (Bobadilla et al., 2018), es por esto que surge la importancia de tener tablas localizadas, en este caso siendo necesario adherirnos al contexto colombiano.

Las tablas se encuentran en entidades o instituciones reguladas que poseen está información pública, las tablas están radicadas bajo el amparo de la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC). Las tablas de mortalidad presentes en Colombia se muestran en está tabla:

Tabla 1

Resoluciones de la SFC

Resolución	Tema de la tabla de mortalidad
Resolución 0110 de 2014	Servicio Social Complementario de Beneficios Económicos Periódicos –BEPS
Resolución 1555 de 2010	Rentistas Hombres y Mujeres
Resolución 1112 de 2007	Asegurados por Sexos, experiencia 1998-2003
Resolución 0585 de 1994	Invalidez de activos y de mortalidad de inválidos
Resolución 0996 de 1990	Asegurados 1984 - 1988

Nota. Adaptado de Tablas de mortalidad según la SFC, (2023). Resoluciones y su tema específico.

A continuación, se realizará una breve descripción de las diferentes resoluciones que poseen las tablas de mortalidad de la Tabla 1.

- La resolución 0996 de 1990, la cual expide una nueva tabla de mortalidad de los asegurados, con base en la experiencia obtenida por las compañías comercializadoras del seguro de vida individual. (SFC, 1990)
- La resolución 0110 de 2014, mediante la cual se adoptan las Tablas de Mortalidad para a población del Servicio Social Complementario de Beneficios Económicos Periódicos – BEPS, que deben utilizar las compañías de seguros de vida para el cálculo de las tarifas y

reservas técnicas, en los términos del artículo 24 A del mencionado Decreto 0604, adicionado por el Decreto 2983 de 2013. (SFC, 2014)

- La resolución 1112 de 2007, en la cual se adoptan las Tablas Colombianas de Mortalidad de los Asegurados por Sexos. Experiencia 1998 – 2003, donde se hace énfasis en el cambio de la tabla de mortalidad con base a la 1984/1988 y se adopta la información de 1998 a 2003. (SFC, 2007)
- La resolución 1555 de 2010, por la cual se actualizan las Tablas de Mortalidad de Rentistas Hombres y Mujeres, siendo tarea de la SFC fijar las tablas de mortalidad de rentistas que deben utilizar las entidades administradoras del Sistema General de Pensiones, del Sistema General de Riesgos Profesionales y las aseguradoras de vida, para la elaboración de sus productos y de los cálculos actuariales que se deriven de los mismos. (SFC, 2010)
- La resolución 0585 de 1994, por la cual se adopta la Tabla de Mortalidad de invalidez de activos y de mortalidad de inválidos. (SFC, 1994)

Las tablas de mortalidad oficiales, a pesar de proporcionar datos para grupos de edad discretos, pueden emplearse para estimar la probabilidad de sobrevivencia para edades fraccionarias. Diversos métodos estadísticos permiten realizar esta estimación, como la interpolación lineal o la extrapolación (Rajaratnam et al., 2016).

La interpolación lineal consiste en calcular la probabilidad de sobrevivencia para una edad fraccionaria dentro de un intervalo de edad definido en la tabla de mortalidad. Se utiliza una línea recta para conectar los valores de supervivencia conocidos en los extremos del intervalo y calcular el valor correspondiente a la edad fraccionaria deseada (Hsieh et al., 2013).

Es importante tener en cuenta que la estimación de la probabilidad de sobrevivencia para edades fraccionarias a partir de tablas de mortalidad oficiales conlleva cierto grado de incertidumbre. La precisión de la estimación depende de la calidad de los datos, la metodología utilizada y la existencia de información sobre las tasas de mortalidad para edades cercanas a la fracción deseada.

5. GENERACIÓN DE PROGRAMA

Se buscó establecer una herramienta que aportará una tarea específica en el gran proceso complejo de realizar el cálculo de las reservas en una entidad afín que llegue a aplicarla, ese como el escenario real al cual se trata de llevar el programa en cuestión, pero al mismo tiempo más allá que lo sepa usar un actuario se busca que cualquier persona pueda llegar a usar el formulario de la calculadora.

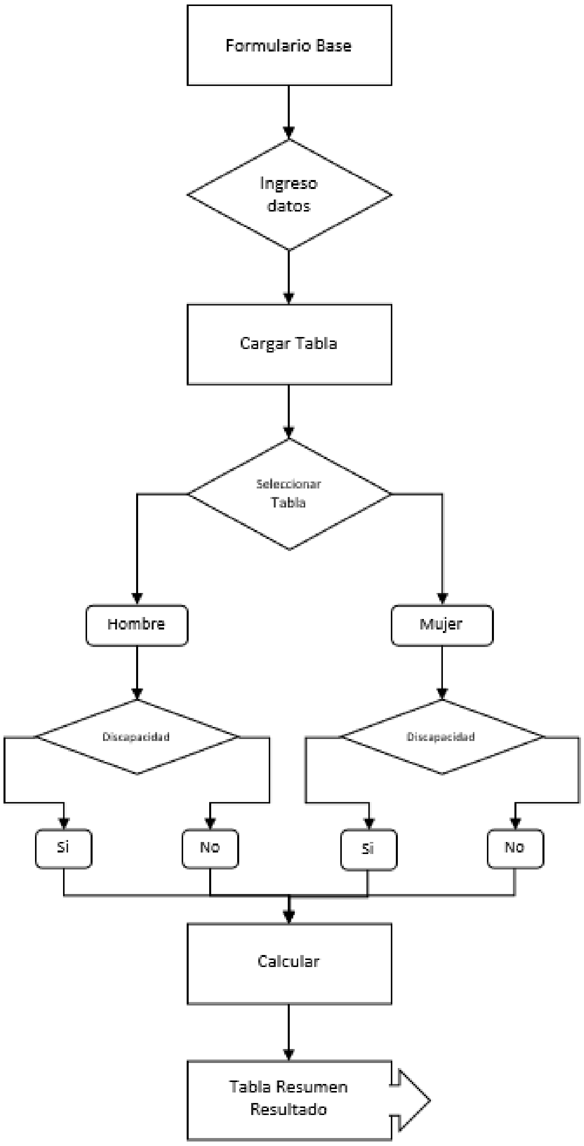
Las aseguradoras utilizan la probabilidad para evaluar el riesgo, calcular primas, evaluar reclamaciones y gestionar el riesgo. Los actuarios son esenciales en este proceso, ya que utilizan la probabilidad para hacer recomendaciones a las aseguradoras. (FasterCapital, s.f)

De tal forma, se busca como un objetivo general generar un aplicativo computacional que le permita al usuario buscar la probabilidad de sobrevivencia para edades fraccionarias a partir de la información brindada por las tablas de mortalidad oficiales. Para dicho proceso es necesario establecer un ámbito clave para efectuar el proceso computacional, como es el de poner como base al proyecto que la distribución de los fallecidos es uniforme, siendo la base del modelo actuarial de De Moivre. Sin embargo, este proyecto no usa sus fórmulas y procedimientos, sino la distribución como se mencionó anteriormente, pero lo relevante es que al buscar edades fraccionarias y teniendo está distribución es necesario usar el proceso actual de la interpolación lineal para edades actuariales.

Con el fin de implementar un esquema que sea claro para el usuario, se va a seguir un diagrama de flujo como ilustra la siguiente figura, donde se describe el proceso para llevar un caso para cada persona ingresada y generar un informe de resumen basado en las tablas de mortalidad, buscando que sea claro de comprender, dónde se seguirán 6 pasos fundamentales: Ingresar los datos en el formulario base, cargar la tabla de mortalidad, seleccionar inicialmente por género y a continuación se selecciona si tiene o no discapacidad, posteriormente se calcula y finalmente se obtiene el resultado siendo una tabla resumen que nos ilustra cuáles son las esperanzas de vida al realizar la interpolación.

Figura 7

Flujo del programa



Nota. Flujo del programa que ilustra el funcionamiento de la calculadora de interpolación.

La metodología por utilizar radica en:

- El uso de las tablas de mortalidad presentadas por instituciones nacionales y/o internacionales para mantener una actualización continua en caso de una búsqueda fraccionada de vida.
- Aplicación de un modelo actuarial radicado en las variantes de las funciones de sobrevivencia para el cálculo propio de tablas de mortalidad.

Por consiguiente, este trabajo se basará propiamente en la búsqueda de dichas probabilidades a partir de las tablas de mortalidad que llega a proveer la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC), donde posee las resoluciones respectivas de dichas tablas como son:

Tabla 2

Resoluciones de la SFC aplicadas en la calculadora

Resolución	Tema de la tabla de mortalidad
Resolución 1555 de 2010	Rentistas Hombres y Mujeres
Resolución 0585 de 1994	Invalidez de activos y de mortalidad de inválidos

Nota. Adaptado de Tablas de mortalidad según la SFC, (2024). Resoluciones y su tema específico.

Se usarán la Resolución 1555 de 2010 y Resolución 0585 de 1994 que tocan los temas respectivos a los rentistas válidos y los inválidos, sin embargo, se anexa que la información más detallada está presente en los documentos de Fasecolda que exponen dichas resoluciones. La base metodológica aplicada en el desarrollo del proyecto es la interpolación lineal anteriormente presentada para aplicar el modelo con las edades fraccionarias.

$$l_{x+s} = l_x + S(l_{x+1} - l_x) = l_x - s\, d_x$$

La metodología radica en el uso de tablas de mortalidad establecidas por organizaciones públicas, se captan dichas tablas para generar un comparativo de categorías y datos, luego como paso inicial se realizó el proceso del modelo en Excel, pero este fue usado para migrar el paso a paso junto a la información a un mejor lenguaje de aplicación como lo es Python para el tratamiento de datos que permite mostrar la información de una manera más amigable con el usuario. Se usó como base inicial además de las tablas de mortalidad dos datos principales como son la fecha de nacimiento y la fecha de inicio de vigencia del seguro. Estas permiten el cálculo de la edad del asegurado tanto de forma anual como de forma mensual lo que a lo largo del proceso permitirá el cálculo de las probabilidades de sobrevivencia fraccionarias.

Para empezar a mostrar con mayor detalle el proceso se establecerán algunas fórmulas claves que permiten todo el desarrollo del proyecto.

$$Edad\ anual = (FVigencia - (\text{Último}\ \ del\ mes\ de\ FNaci))/365$$

$$Edad\ mensual = [mes(FVigencia) - mes(FNaci)]/12$$

$$Edad\ Mensual\ n\ peridos = Edad\ anual + \ Edad\ mensual + (Periodo - 1)/12$$

$$t{:}\, parte\ fraccionaria\ de\ la\ Edad\ Mensual\ n\ peridos$$

$$l_{x+t} = l_x - t * dx\ ; x = 0{,}1{,}2\ ; 0 \leq t \leq 1$$

$$p_x interpolado = \frac{l_{x+t+s}}{l_{x+t}} = \frac{vivos\ del\ periodo\ siguiente}{vivos\ del\ periodo\ base}$$

- Fvigencia: fecha inicio de vigencia del seguro
- FNaci: fecha de nacimiento

Los datos a partir de la SFC:

Tabla 3

Datos de las tablas RV08

x	Edad actuarial
l(x)	Indica el número de sobrevivientes a la edad ***x*** tomando un grupo inicial supuesto de 1'000.000 de personas de edad 15.
d(x)	Indica el número esperado de personas que fallecen a la edad ***x***, sin alcanzar la edad ***x+1***, donde ***d(x) = l(x) – l(x+1)***
q(x)	Indica la probabilidad de fallecer a la edad ***x***, sin alcanzar la edad ***x+1***. Esto es, ***q(x) = d(x)/l(x)***

Nota. Adaptado de Tablas de mortalidad, (2024), (https://www.fasecolda.com/cms/wp-content/uploads/2019/08/res-1555-2010.pdf)

Datos en Excel:

Tabla 4

Visual de los datos formados en Excel

F. Nacimiento	Fecha Inicio de Vigencia del Seguro	Edad Anual	Edad Mensual (a)
8/02/2000	1/12/2023	23	0.8333

Año	Edad Anual n periodos	Edad Mensual n peridos (a)	Periodo (t)	Mes (s)
2023	23	23.833	1.00	12
2024	23	23.917	2.00	1
2024	24	24.000	3.00	2
2024	24	24.083	4.00	3

Parte fraccionaria	Interpolacion	
t	lx+t	nPx de interpolacion
0.833333333	800627.129	0.999194156
0.916666667	799981.948	0.999193506
0	799336.768	0.999196778
0.083333333	798694.723	0.999196132

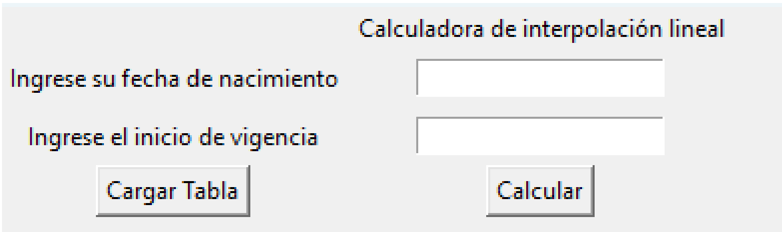
Nota. Adaptado de archivo de [Excel], (2024), Calculadora de interpolación lineal. Cálculos iniciales para desarrollar el procedimiento básico.

Puesto que se tiene está estructura formulada se presenta como adición al formato de Excel, el uso de la herramienta Python gracias a la librería tkinter, la cual se usa para buscar la generación de una pestaña estilo formulario para que al ingresar los datos de Fvigencia y FNaci, luego llega a partir de seleccionar una de las cuatro tablas el cálculo de Excel por completo.

El paquete tkinter («interfaz Tk») es la interfaz por defecto de Python para el kit de herramientas de GUI Tk. Tanto Tk como tkinter están disponibles en la mayoría de las plataformas Unix, así como en sistemas Windows (Tk en sí no es parte de Python, es mantenido por ActiveState). Ejecutar python -m tkinter desde la línea de comandos debería abrir una ventana que muestre una interfaz Tk simple para saber si tkinter está instalado correctamente en su sistema. También muestra qué versión de Tcl/Tk está instalada para que pueda leer la documentación de Tcl/Tk específica de esa versión. (Python,s.f.)

Figura 8

Formulario base de tkinter



Nota. Adaptado de archivo de [Python], (2024), Calculadora de interpolación lineal, salida del código generado en tkinter, para ver la forma del formulario.

Todo este proceso permitirá mostrar en la terminal saliente la "Edad mensual a n periodos", "Periodo", "Parte fraccionaria", "Vivos fraccionarios" y "px_interpolado", pero para consolidar el proyecto se incorporó una tabla resumen final la cual consiste en datos como son la edad mensual, la parte fraccionaría de la edad y las probabilidades de sobrevivencia interpoladas.

Figura 9

Formulario de resultados de tkinter

	Edad Mensual	t	px
1	23.75	0.75	0.99
2	23.83	0.83	0.99

Nota. Adaptado de archivo de [Python], (2024), Tabla resumen, con salida del código generado en tkinter.

5.1. Resultados esperados

Diseñar e implementar un modelo actuarial basado en la distribución uniforme de fallecidos (DUD) por medio de un aplicativo computacional, específicamente utilizando la interpolación lineal para edades actuariales y tomando como referencia las tablas de mortalidad de rentistas válidos e inválidos de acuerdo con la Resolución 1555 de 2010 y la Resolución 0585 de 1994, respectivamente.

El desarrollo manual aplicado es el siguiente:

Tomamos la fecha de nacimiento y la fecha del inicio de vigencia para iniciar el cálculo de la edad, asumiendo una persona hombre rentista.

$$Edad\ anual = (14/11/2022 - 24/03/2002) = 20$$

$$Edad\ mensual = [(11) - (3)]/12 = 0.66667$$

$$Edad\ Mensual\ n\ periodos = 20 +\ 0.66667 + (1-1)/12 = 20.66667$$

$$t_1 : 0.6667$$

$$l_{20+0.667} = 997451 - (0.6667 * 553) = 997082.3333$$

Se desarrolla el mismo proceso para obtener $l_{20+0.75}$ y desarrollar la $p_x interpolado$

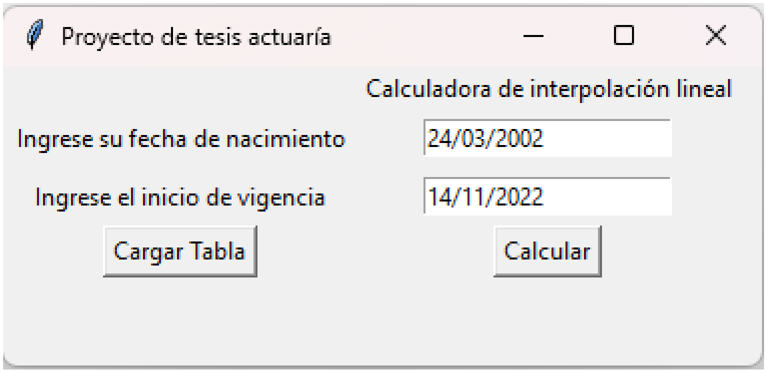
$$l_{20+0.75} = 997451 - (0.75 * 553) = 997036.25$$

$$p_x interpolado = \frac{997036.25}{997082.333} = 0.9999537818174159$$

Para finalizar se pasaron los cálculos a Python y, por lo tanto, se sacaron las edades fraccionarias correspondientes a la fecha de nacimiento y vigencia.

Figura 10

Formulario del Proyecto de Tesis Actuaría



Nota. Adaptado de archivo de [Python], (2024), Calculadora de edades fraccionarias, colocar los datos necesarios para el cálculo de edades y probabilidades.

Dando lugar a toda la tabla de valores correspondientes:

Figura 11

Salida del formulario del Proyecto de Tesis Actuaría

```
24/03/2002
14/11/2022
24 3 2002
14 11 2022
Edad Base: 20
Edad Mensual: 0.6666666666666666
Edad mensual a n periodos:20.667 | Periodo:1 | Parte
 fraccionaria:0.6666666666666679 | Vivos fraccionari
os:(997082.3333333334, 997036.25) | px_inter: 0.9999
537818174159
Edad mensual a n periodos:20.75 | Periodo:2 | Parte
fraccionaria:0.75 | Vivos fraccionarios:(997036.25,
996990.1666666666) | px_inter: 0.9999537796811968
```

Nota. Adaptado de archivo de [Python], (2024), Calculadora de edades fraccionarias, salida del código generado en tkinter, después de aplicar las fechas correspondientes.

Mostrando así las fechas ingresadas y los resultados correspondientes para dar el visto bueno a la calculadora de probabilidades fraccionarias.

Para finalizar se muestra la tabla resumen para que se pueda visualizar los datos más relevantes.

Figura 12

Tabla resumen de Proyecto de Análisis de Bases de Datos

Edad Mensual	t	px
20.66666666667	0.666666	0.999953781
20.75000000000	0.75	0.999953779
20.83333333333	0.833333	0.999953777
20.91666666667	0.916666	0.999953775
21.00000000000	0	0.999952268
21.08333333333	0.083333	0.999952266
21.16666666667	0.166666	0.999952264
21.25000000000	0.25	0.999952261
21.33333333333	0.333333	0.999952259
21.41666666667	0.416666	0.999952257

Nota. Adaptado de archivo de [Python], (2023), Tabla resumen para ver las probabilidades de sobrevivencia.

5.2. Conclusiones

Al usar la interpolación lineal como método para calcular probabilidades para edades fraccionarias se demostró como el aplicativo sirve como una herramienta valiosa para aseguradoras, consultoras, académicos y otros profesionales, permitiéndoles calcular reservas de manera más precisa en escenarios que requieran la implementación de edades fraccionarias.

REFERENCIAS

Bobadilla, M. L., Wang, H., Sanderson, W. C., & Murray, C. J. L. (2018). Global, regional, and country age-specific mortality and life expectancy for 282 causes of death, 1950–2016: A systematic analysis for the Global Burden of Disease Study 2016. The Lancet, 392(10159), 1016–1030.

Cournède, C., Robert, C., & Mentré, F. (2014). Estimating the probability of survival for ages outside the range covered by life tables. Population, 71(4), 511–524.

CCP (2024). Tablas de vida
https://ccp.ucr.ac.cr/cursos/demografia/materia/8_tablas.htm

Danovaro, D., De Leo, D., Piscopo, M., & Avigliano, L. (2020). Official life tables and mortality rates: A critical review of their production and use. Demography, 57(3), 825–857.

Dr. David Cañadas Bustos (2021). ¿Cómo se calcula la esperanza de vida? https://www.salud.mapfre.es/cuerpo-y-mente/habitos-saludables/como-se-calcula-la-esperanza-de-vida/

FasterCapital. (s.f). El Papel De La Probabilidad En Los Pagos De Seguros. https://fastercapital.com/es/tema/el-papel-de-la-probabilidad-en-los-pagos-de-seguros.html#:~:text=Las%20aseguradoras%20utilizan%20la%20probabilidad%20para%20evaluar%20el%20riesgo%2C%20calcular,hacer%20recomendaciones%20a%20las%20aseguradoras.

FUA (2019). ¿Qué es un actuario? https://www.uamerica.edu.co/interes/que-es-un-actuario/

Hsieh, C.-C., Jou, B.-C., & Hsieh, M.-H. (2013). Estimating probability of survival for fractional ages using linear interpolation and age-specific mortality rates. Journal of Medical Statistics, 39(10), 1580–1589.

Hill, K., & Hanani, E. (2017). Trends in age-specific mortality rates in England and Wales: 1950 to 2014. Public Health Reports, 132(5), 523–530.

Huertas Campos, J. (2001). Cálculo actuarial: contingencias de vida individual. Universidad Nacional de Colombia. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/79908

Metelli y Fernandez. (2021). Teoría Actuarial de los Seguros Personales. Universidad de Buenos Aires. UBA. http://bibliotecadigital.econ.uba.ar/download/libros/Metelli_Aplicaciones_de_dos_leyes_de_mortalidad.pdf

Murray, C. J. L., Atkinson, C., Ortiz, F., Devadasan, R., Lozano, R., Flaxman, A. D., ... & Lopez, A. D. (2012). Global and regional mortality causes and life expectancy for 184 countries in 1990–2010: A systematic analysis for the Global Burden of Disease Study 2010. The Lancet, 380(9859), 2297–2337.

Ortiz, F., Villegas, M. y Zarruk,A. (2012). Tablas de mortalidad. La industria aseguradora en Colombia Fasecolda 35 años. (2011). https://www.uexternado.edu.co/wp-content/uploads/2017/02/MyE5.pdf

Paula Rodo. (2021). Distribución de probabilidad acumulada. Economipedia. https://economipedia.com/definiciones/distribucion-de-probabilidad-acumulada.html

Preston, S. H., Habicht, M., & Hecht, D. (2014). Demography: A short introduction. Wadsworth Publishing.

Python (s.f.). Interface de Python para *Tcl/Tk* https://docs.python.org/es/3/library/tkinter.html

Rajaratnam, J. K., Shahidi, S., & Murray, C. J. L. (2016). A new method for estimating life expectancy for ages less than one year and for ages above the upper limit of life tables. Population Health Metrics, 14(1), 1.

Superintendencia Financiera de Colombia. (1990, 29 de marzo). Resolución 0996 de 1990.https://www.superfinanciera.gov.co/publicaciones/10103719/atencion-y-servicios-a-la-ciudadaniatramites-y-servicios-certificados-en-lineatablas-de-mortalidad-10103719/

Superintendencia Financiera de Colombia. (1994, 11 de abril). Resolución 0585 de 1994.https://www.superfinanciera.gov.co/publicaciones/10103719/atencion-y-servicios-a-la-ciudadaniatramites-y-servicios-certificados-en-lineatablas-de-mortalidad-10103719/

Superintendencia Financiera de Colombia. (2007, 29 de junio). Resolución 1112 de 2007.https://www.superfinanciera.gov.co/publicaciones/10103719/atencion-y-servicios-a-la-ciudadaniatramites-y-servicios-certificados-en-lineatablas-de-mortalidad-10103719/

Superintendencia Financiera de Colombia. (2010, 30 de julio). Resolución 1555 de 2010.https://www.superfinanciera.gov.co/publicaciones/10103719/atencion-y-servicios-a-la-ciudadaniatramites-y-servicios-certificados-en-lineatablas-de-mortalidad-10103719/

Superintendencia Financiera de Colombia. (2014, 22 de enero). Resolución 0110 de 2014.https://www.superfinanciera.gov.co/publicaciones/10103719/atencion-y-servicios-a-la-ciudadaniatramites-y-servicios-certificados-en-lineatablas-de-mortalidad-10103719/

United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division. (2019). World population prospects 2019: Volume I - Comprehensive Tables. https://population.un.org/wpp/Download/Standard/Population/

Universidad Nacional de Colombia (s.f.). Departamento de Matemáticas y Estadística. Probabilidad. http://www.fcen.unal.edu.co/index.php?id=422#:~:text=La%20teor%C3%ADa%20de%20la%20probabilidad,fen%C3%B3menos%20aleatorios%20y%20procesos%20estoc%C3%A1sticos.

World Health Organization. (2023). The Health of Adolescents and Young Adults.

Wilmoth, J. M., Andreev, K., Li, B., & Chan, P. (2007. Methods for projecting mortality. World Health Organization.

Wilson, C., & Herrmann, D. J. (2004). An introduction to population dynamics. Cambridge University Press.

WTW (2024). Actuaría que es y qué hace un actuario.

https://www.wtwco.com/es-es/insights/2017/08/sabes-que-es-un-actuario-y-que-tareas-desempena

Yang, G., & Land, K. C. (2008). Age-specific mortality rates: How well do they reflect the true age pattern of mortality?

Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). *Numerical Analysis* (9th ed.). Brooks/Cole

Montgomery, D. C., Peck, E. A., & Vining, G. G. (2012). *Introduction to Linear Regression Analysis* (5th ed.). Wiley.